Розглянуто процес побудови математичної моделі як технологічної операції, ефективність якої оцінена за уніфікованим методом. Подані вирази нижньої границі ефективності процесу формування математичної довільної моделі, які слугуватимуть мірою для порівняння їх адекватності. Проведено моделювання процесу побудови математичної моделі за методом найменших квадратів та із додатковими умовами

Ключові слова: оцінка ефективності, локальна міра, єдиний критерій адекватності

Рассмотрен процесс построения математической модели как технологической операции, эффективность которой оценена унифицированным методом. Представлены выражения нижней границы эффективности процесса формирования произвольной математической модели, которые могут служить мерой для сравнения их адекватности. Проведено моделирование процесса построения математической модели просто методом наименьших квадратов и с дополнительными условиями

Ключевые слова: оценка эффективности, локальная мера, единый критерий адекватности

УДК 519.87:[517.951+517.5]

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.37204

КРИТЕРІЙ АДЕКВАТНОСТІ ЯК ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОЦЕСУ ПОБУДОВИ МОДЕЛІ

О. М. Трунов
Кандидат технічних наук, доктор філософії, доцент, перший проректор
Чорноморський державний університет ім. Петра Могили
вул. 68 Десантників, 10, м. Миколаїв, Україна, 54003
E-mail: ant@kma.mk.ua

1. Вступ

Загально відомо, що якість сформованої математичної моделі об'єкту є визначальною в математичному програмуванні, управлінні складними об'єктами та автоматизованими системами, автоматизованому проектуванні та управлінні [1, 2]. Формування моделі за рахунок встановлення та використання фізичних закономірностей разом із використанням практичних даних є інструментом для її побудови у тому числі за допомогою апроксимації. Таким чином, етап побудови моделі та доведення її адекватності є невід'ємною частиною усіх досліджень. Відтворення явищ, моделювання процесів та аналіз результатів таких чисельних експериментів завжди ґрунтується на впевненості у правомірності вибору абстрактних припущень та дієвості застосування критеріїв, за допомогою яких, у свою чергу, доводять достовірність та точність отриманих результатів та правильність висновків. Адекватність, як поняття за своїм визначенням, має таке призначення, але його застосування до практичного аналізу стримується відсутністю єдиного виразу як міри, яка б дозволяла кількісно оцінювати альтернативи різних стратегій. Останнє робить задачу обґрунтування, виводу єдиного виразу оцінки адекватності - актуальною, оскільки реалізація пошуку оптимальних рішень, шляхом аналізу різних управлінських стратегій для автоматизованих технологічних систем, здійснюється тільки шляхом моделювання.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми кількісної оцінки адекватності

Більшість робіт присвячених пошуку загальних закономірностей добору критеріїв встановлення адекватності використовує для цього різні поняття [1–4] та способи кількісного виміру [4–9], а також різні міри близькості [10–11]. Одним із поширених способів побудови моделі у вигляді функцій однієї або декількох змінних є апроксимація [5, 7–9, 12–16]. Такий процес умовно поділяється на два етапи: доведення виду функції та знаходження її параметрів – констант за даними практичних спостережень або спеціально поставленого експерименту, що попередньо оброблено. Для пошуку набору констант у більшості робіт використовується метод найменших квадратів [14–15]. Однак, як показано у роботах [5–9, 11–13, 16–20] для підвищення відповідності поведінки моделі, особливо це доцільно для динамічних моделей [14, 11–13, 16–20], ефективним є застосування двох типів умов. Перша з яких, забезпечує безпосереднє її виконання у окремих фіксованих точках, а друга наближення тим чи іншим способом на окремій множині точок, що дає нові переваги такому підходу у порівнянні з простим методом найменших квадратів [11, 14–15]. Крім того, за допомогою кожної із цих умов подається одразу декілька характеристик адекватності, що суттєво ускладнює вибір практичної реалізації процесу апроксимації, у силу відсутності єдиного способу виміру адекватності.

Таким чином, застосування одразу декількох характеристик властивостей, що характеризують адекватність моделі у статичному стані або її зміни у часі [12, 13], а інакше кажучи відсутність єдиної комплексної характеристики [11, 17–19] є головною перешкодою обґрунтування виду моделі та її кількісної реалізації шляхом апроксимації і тому є головною не розв'язаною проблемою, що підлягає розв'язку. Разом з тим, досвід отриманий під час розв'язку споріднених задач керування та пошуку єдиного методу формування критерію оцінки ефективності технологічного процесу за умов декількох факторів впливу [11, 19], розв'язку диференціальних та інтегральних рівнянь [20], рекурентного розкладу у ряди Тейлора [11, 19], ітераційних методів розв'язку рівнянь [22], побудови бази знань, дозволяє поставити метою даного дослідження: сформувати метод побудови єдиного виразу оцінки адекватності як оцінку ефективності технологічного процесу формування математичної моделі.

3. Мета та задачі дослідження

Метою дослідження є побудова єдиного виразу оцінки адекватності, що дозволяє враховувати декілька факторів впливу та запропонувати вирази для їх розрахунку.

Для досягнення поставленої мети розв'язувалися такі задачі:

– обґрунтування закону, що встановлює кількісний зв'язок між адекватністю та окремими критеріями якими прийнято її характеризувати;

– кількісного моделювання та порівняльного аналізу здатності відносної величини середньо квадратичної похибки, що оцінено мірою за величину якої обрано максимально можливе значення функції на інтервалі та відносної максимально можливої похибки, що визначені за локальними мірами;

– формування рекомендацій по визначенню факторів та виразів для розрахунку результуючої адекватності у випадку аналізу поведінки моделі та її похідних.

4. Постановка задачі про оцінку нижньої границі величини адекватності

Припустимо, що ефективність є неперервною фізичною величиною, яка визначається декількома незалежними факторами і є їх функцією. Спираючись на загально відомі світоглядні постулати, головним твердженням яких є:

– при нульовому результаті реалізації технології її ефективність – нульова;

– при нульовій ймовірності реалізації операції ефективність теж – нульова;

– при нульових значеннях кожного з факторів впливу ефективність – нульова.

На підставі цих тверджень розклад у ряд Маклорена буде подано у лінійному наближенні:

$$E=\sum_i^N \frac{\partial E}{\partial x_i}\bigg|_{x_i=0} \Delta x_i=\sum_i^N \frac{\partial E}{\partial x_i}\bigg|_{x_i=0};$$

$$x_i=\left(\sum_i^N \frac{\partial E}{\partial x_i}\bigg|_{x_i=0}\right)\sum_i^N \delta_i x_i=C\sum_i^N \delta_i x_i;$$

$$C=\left(\sum_i^N \frac{\partial E}{\partial x_i}\bigg|_{x_i=0}\right);\delta_i=\frac{\frac{\partial E}{\partial x_i}\Big|_{x_i=0}}{C}.$$

Скориставшись геометричною нерівністю оцінимо нижню границю ефективності

$$E=C\sum_i^N \delta_i x_i \ge C\prod_{i=1}^N \left(x_i\right)^{\delta_i}.$$

Розглянемо процес творення моделі, як один з видів технологічних процесів. За таких умов оцінювати його ефективність необхідно враховуючи загально відомі фактори, що за своєю суттю визначають адекватність моделі до об'єкту. Рівень та ступінь адекватності оцінюється за трьома основними показниками з групи:

– достовірність;

– точність та повнота;

– глибина та суттєвість.

Забезпечення достовірності вихідної інформації про об'єкт здійснюється шляхом збору практичних даних, або шляхом безпосереднього планування та проведення експерименту з об'єктом [2]. В ході останнього, отримуються експериментальні данні. Існуючі методи статистичної обробки та оцінки приладної та методичної похибки, визначення законів розподілу, математичного очікування, дисперсії та довірчих інтервалів дозволяють отримати інформацію за якою оцінюється достовірність відповідно до першого критерію адекватності. Далі будемо покладати, що вихідні данні про об'єкт існують, закон розподілу встановлено, математичне очікування як функція головних параметрів, дисперсія та довірчі інтервали визначені. Цей процес передує процесу формування моделі і є вихідним. Поставимо за мету обґрунтувати методологію забезпечення адекватності, як методологію забезпечення відповідності усім п'яти критеріям. Розділимо всі величини на ті, що є величинами безумовного виконання, тобто такі, що приймають задане значення та такі, що є величинами не безумовного виконання, тобто такі, що мінімізують або максимізують. Оскільки результатом процесу побудови моделі є досягнуте значення середньоквадратичної похибки або модуля відносної похибки, яке мінімізується то у силу вимоги однозначного тлумачення показника ефективності, як фактор введемо обернену їй величину. що визначає ефективність процесу. Спочатку подамо вираз ефективності для одно факторної моделі за умов апроксимації даних для похідної порядку k запишемо:

$$E=\frac{1}{\left(\frac{\sigma}{F(x,\|A\|)_{max}}\right)^2}P(1+k), \tag{1}$$

де позначено E – ефективність, $F(x,\|A\|)$ – формалізований запис моделі від фактору x та параметрів, що умовно позначено матрицею $\|A\|$, $F(x,\|A\|)_{max}$ – величина найбільшого значення моделі, а σ – середньо квадратичне відхилення моделі від експериментальних значень, P – довірча ймовірність яка задається як результат виконання технології моделювання або оцінюється за результатом оцінки величини довірчого інтервалу .

Тепер подамо вираз ефективності за умов визначення коефіцієнтів матриці $\|A\|$ для експериментальних даних про поведінку похідних:

$$E=\left(1+k_{max}\right)\sum_{j=1}^{k_{max}}\frac{1}{\left(\dfrac{\sigma_j}{F^{(j)}(x,\|A\|)_{j\,max}}\right)^2}P_j\,, \qquad (2)$$

де позначено k_{max} порядок старшої похідної, що апроксимується, $F^{(j)}(x,\|A\|)_{j\,max}$ – найбільше значення похідної, що апроксимується, а σ_j – її середньоквадратична похибка та також P_j – довірча ймовірність її апроксимації.

Також важливо визначити ефективність для багатофакторної моделі, що враховує одразу п'ять властивостей, які визначають адекватність тобто також визначають глибину, повноту та суттєвість. Для такого випадку нижня границя ефективності може бути оцінена виразом

$$E=\sum_{j=1}^{1+k_{ji\,max}}\frac{1}{\left(\dfrac{\sigma_j}{F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)_{j\,max}}\right)^2}P_j\sum_{i=1}^{N_{i\,max}}\left(1+k_{ji\,max}\right)\frac{N_{ijmax}}{N}\frac{\dfrac{\partial F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)}{\partial x_i}\Delta x_i}{N_{imax}F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)_{jmax}}, \qquad (3)$$

де позначено N – загальне число факторів, що впливають на фізичну величину, N_{max} – кількість факторів, що буде враховано математичною моделлю, $F(\bar{X},\|A\|)$ – формалізований запис моделі, що будується, $\bar{X}$ – N компонентний вектор факторів, які визначають поведінку моделі, $\|A\|$ – матриця констант, що підлягають визначенню під час формування моделі, $F(\bar{X},\|A\|)_{max}$, $F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)_{j\,max}$ – найбільші значення фізичної величини та її похідної відповідно, що описується моделлю, а σ_j – середнє квадратичне відхилення значень похідної порядку j фізичної величини, P_j – довірча ймовірність, того факту, що довірчий інтервал накриває значення похідної порядку j фізичної величини, $k_{ji\,max}$ – максимальний порядок похідної, що обрано із загального числа її значень для кожного фактору із переліку врахованих $N_{ji\,max}$, як найбільша величина $k_{ji\,max}=\sup\left\{k_{ji}, i=\overline{1,N_{max}}\right\}$.

Останнім часом продемонстровано [11,12], що процес побудови моделі є більш ефективним ніж розрахунки за виразами (1)–(3), якщо використовуються для оцінки достовірності різні види мір, або якщо його сформульовано, як задачу багато критеріальної апроксимації [11], або як задача багато критеріальної ідентифікації [20], або як задача керування за максимумом адекватності [12, 18–20] або мінімумом відхилення від поведінки еталонної моделі.

$$E=\sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{1+k_{ji\,max}}\frac{1}{\left(\dfrac{\sigma_{mj}}{F^{(mj)}(\bar{X},\|A\|)_{j\,max}}\right)^2}P_{mj}\sum_{i=1}^{N_{i\,max}}\left(1+k_{mji\,max}\right)\frac{N_{mijmax}}{N}\frac{\dfrac{\partial F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)}{\partial x_i}\Delta x_i}{N_{mimax}F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)_{jmax}}, \qquad (4)$$

де m – позначає поточний номер норми, що визначає точність, а M – позначено кількість норм, що одночасно використовуються при побудові моделі. Слід зазначити, якщо норма використовується як параметр безумовного виконання, то її похибка визначена величиною сумнівного розряду, а значить загальна ефективність суттєво збільшується, оскільки за цих умов похибка є меншою за середньоквадратичну. Крім того, слід зазначити, що у цьому випадку – коли забезпечується умова виконання рівності незалежно від виду норми довірча ймовірність набуває свого найбільшого значення – одиниці.

5. Моделювання процесу формування моделі, розрахунок адекватності та обговорення результатів

Припустимо, що отримано дані, які описують одно-факторну залежність. Розглянемо процес формування її моделі з використанням апроксимації функції і похідних різного порядку та їх моментів з одночасним визначенням ефективності. Дані, що для одинадцяти точок x (колонка 2) та відповідних значень фізичної величини y, що використовуватимуться як вихідні та дані про її похідні подано у колонках 2–5 табл. 1 відповідно. Нижній індекс m позначає належність до величин які розраховано за моделлю, а для квадрата похибки нижні індекси позначають належність до фізичної величини або її похідних для яких вона розрахована, дані про значення, які отримано за моделлю та квадрат абсолютної похибки подані у колонках 6–11. Для визначення відносної середньоквадратичної похибки взято максимальне значення відповідної величини або її похідної. Модель обрано у вигляді:

$$y=\left[a_1,a_2,a_3\right]\begin{bmatrix}x^2\\ x\\ 1\end{bmatrix}.$$

Для пошуку констант обрано метод найменших квадратів. Отримані апроксимацією самої функції величини трьох констант матриці $\|A\|$, які визначенні за методом найменших квадратів, мають значення:

$$a_1=105.7193776;$$
$$a_2=-105.7193776;$$
$$a_3=1.570345734.$$

Результати аналізу даних табл. 1 свідчать, що модель константи якої розраховані за методом найменших квадратів не задовольняє крайовим умовам. Незважаючи на те, що апроксимація похідних не здійснювалась, але похідні отримані прямим диференціюванням виразу моделі описують якісно їх поведінку. Відносна середньо квадратична похибка для фізичної величини має наступні значення

$$\frac{\sigma_{y\,сер}}{y_{max}}=0.058541894;$$

$$\frac{\sigma_{y'сер}}{y'_{max}}=0.224897095;$$

$$\frac{\sigma_{y''сер}}{y''_{max}}=0.6689285\,.$$

Аналіз їх величин засвідчує їх зростання, що демонструє погіршення здатності виразів, які отриманні прямим диференціюванням моделі описувати поведінку похідних фізичної величини із збільшенням порядку похідної. Загальний розрахунок значень величини критерію адекватності E_j для похідної порядку j за виразом (1) засвідчує також зменшення адекватності виразу похідних

$$E_0 = 185.6828614;$$
$$E_1 = 25.1633036;$$
$$E_2 = 4.266455403.$$

Результуюче значення E отримаємо за виразом (2) $E = 599.0599949$.

Розглянемо ще один з інших підходів до побудови моделі за даними про поведінку фізичної величини та її першої і другої похідної, які визначено по кінцевих приростах у сусідніх точках та подано у табл. 1.

Не змінюючи вид моделі поставимо задачу про мінімум суми квадратів відхилень, яку доповнимо двома крайовими умовами про рівність нулю значень у точках початку та на кінці інтервалу, тобто:

$$\begin{cases} y_m(x) = a_1x^2 + a_2x^2 + a_3, \\ \min\limits_a \sum\limits_{i=1}^{N}\left(y - x^2 + a_2x^2 + a_3\right)^2, \\ y_m(0) = 0, \\ y_m(1) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Розв'язком системи (5) буде:

$$a_1 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} y_i\left(x_i^2 - x_i\right)}{\sum\limits_{i=1}^{N}\left(x_i^4 - 2x_i^3 + x_i^2\right)};$$
$$a_2 = -a_1;$$
$$a_3 = 0;$$
$$y_m(x) = a_1(x^2 - 1)$$

Розрахунок константи дає значення $a_1 = 97.94539$. Данні розрахунків за цим підходом, який одночасно реалізує декілька умов мінімізації суми квадратів похибки та двох крайових умов подані у табл. 2.

Відносна середньо квадратична похибка для фізичної величини має наступні значення

Таблиця 1

Порівняльні данні про властивості об'єкту та моделі, константи якої визначені методом найменших квадратів

	x	y	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{d^2y}{dx^2}$	y_m	$\left(\sigma^2\right)_y$	$\left(\frac{dy}{dx}\right)_m$	$\left(\sigma^2\right)_{\frac{dy}{dx}}$	$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_m$	$\left(\sigma^2\right)_{\frac{d^2y}{dx^2}}$
1	0	0	−50	−601.776	1.570	2.4659	−95.1474	2038.291	211.4388	661318.2
2	0.1	−5	−110.178	601.221	−7.944	8.6694	−74.0036	1308.561	211.4388	151930.2
3	0.2	−16.017	−50.0555	200.222	−15.344	0.4529	−52.8597	7.863475	211.4388	125.8156
4	0.3	−21.023	−30.0333	200.222	−20.630	0.1541	−31.7158	2.830851	211.4388	125.8156
5	0.4	−24.026	−10.0111	200.222	−23.802	0.0503	−10.5719	0.314539	211.4388	125.8156
6	0.5	−25.027	10.0111	200.222	−24.859	0.0283	10.57194	0.314539	211.4388	125.8156
7	0.6	−24.026	30.0333	200.222	−23.802	0.0503	31.71581	2.830851	211.4388	125.8156
8	0.7	−21.023	50.0555	601.221	−20.630	0.1541	52.85969	7.863475	211.4388	151930.2
9	0.8	−16.017	110.177	−601.776	−15.344	0.4529	74.00356	1308.561	211.4388	661318.2
10	0.9	−5	50	601.221	−7.944	8.6694	95.14744	2038.291	211.4388	151930.2
11	1	0	110.122	200.222	1.570	2.4659	116.2913	38.05922	211.4388	125.8156
						0.0585		0.224897		0.668928

Таблиця 2

Порівняльні данні про властивості об'єкту та моделі, константи якої задовольняють крайовим умовам та визначені методом найменших квадратів

	x	y	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{d^2y}{dx^2}$	y_m	$\left(\sigma^2\right)_y$	$\frac{dy}{dx}$	$\left(\sigma^2\right)_{\frac{dy}{dx}}$	$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\left(\sigma^2\right)_{\frac{d^2y}{dx^2}}$
1	0	0	−50	−601.776	0	0	−97.9454	2298.76	195.8908	636272.3
2	0.1	−5	−110.178	601.221	−8.81509	14.55487	−78.3563	1012.59	195.8908	164292.6
3	0.2	−16.0178	−50.0555	200.222	−15.6713	0.120061	−58.7672	75.8943	195.8908	18.75947
4	0.3	−21.0233	−30.0333	200.222	−20.5685	0.206823	−39.1782	83.6283	195.8908	18.75947
5	0.4	−24.0266	−10.0111	200.222	−23.5069	0.270136	−19.5891	91.7376	195.8908	18.75947
6	0.5	−25.0278	10.0111	200.222	−24.4863	0.293117	0	100.222	195.8908	18.75947
7	0.6	−24.0266	30.0333	200.222	−23.5069	0.270136	19.58908	109.081	195.8908	18.75947
8	0.7	−21.0233	50.0555	601.221	−20.5685	0.206823	39.17816	118.316	195.8908	164292.6
9	0.8	−16.0178	110.1776	−601.776	−15.6713	0.120061	58.76723	2643.02	195.8908	636272.3
10	0.9	−5	50	601.221	−8.81509	14.55487	78.35631	804.080	195.8908	164292.6
11	1	0	110.1221	200.222	0	0	97.94539	148.272	195.8908	18.75947
						−0.06811		0.23676		0.666358

$$\frac{\sigma_{y\,сер}}{y_{max}} = 0.068111179;$$

$$\frac{\sigma_{y'сер}}{y'_{max}} = 0.236768578;$$

$$\frac{\sigma_{y''сер}}{y''_{max}} = 0.666358082.$$

Загальний розрахунок значень величини критерію адекватності E_j для похідної порядку j за виразом (1) засвідчує зменшення адекватності виразу похідних, що відповідає погіршенню їх точності

$$E_0 = 176.365252;$$
$$E_1 = 29.18983814;$$
$$E_2 = 5.527843511$$

Результуюче значення адекватності E отримаємо за виразом (2) $E = 578.4083568$.

Слід зазначити, що довірча ймовірність зросла з $P = 0.636363636$ до $P = 0.818181818$.

Порівняння значень середньо квадратичних відхилень, відносних середньо квадратичних похибок, середніх значень максимально можливих похибок свідчить, що врахування крайових умов покращує отриману модель. Останній висновок також підтверджує збільшення величин показників адекватності. Однак, загальний показник адекватності дає протилежні результати. Причина такої розбіжності висновків полягає у тому, що дослідник аналізуючи мимо волі проводить порівняння відхилення δ по точкам, а в показниках закладено збіжність у середньому. Ліквідація такого протиріччя досягається введенням не єдиної міри $F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)_{j\,max}$ для інтервалу визначення, а використання її значення у даній точці або введення локальної міри для кожного із станів об'єкту [10]. Таким чином, вирази для критерію адекватності перепишуться

$$E = \left(1 + k_{max}\right)\sum_{j=1}^{k_{max}} \frac{1}{\left(\dfrac{\delta_j}{F^{(j)}(x,\|A\|)_j}\right)^2_{середнє}} P_j, \tag{6}$$

$$E = \sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{1+k_{ji\,max}} \frac{1}{\left(\dfrac{\delta_j}{F^{(j)}(x,\|A\|)_j}\right)^2_{середнє}} P_{mj}\sum_{i=1}^{N_{i\,max}}\left(1+k_{mji\,max}\right)\frac{N_{mijmax}}{N}\frac{\dfrac{\partial F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)}{\partial x_i}\Delta x_i}{N_{mi\,max}F^{(j)}(\bar{X},\|A\|)_{jmax}},$$

де δ позначено абсолютну похибку.

Дані про величини середньо квадратичні та відносні похибки, довірчу ймовірність та адекватність, що розраховано за середньою відносною похибкою (6) зібрані та подані у табл. 3.

Аналіз цих даних свідчить, що задовольняючи крайовим умовам та забезпечуючи по точкове зменшення відносної похибки приводить до покращення адекватності, а також і величин показників адекватності як для самої фізичної величини так і її похідних першого та другого порядку відповідно, що у свою чергу віддзеркалює результуючий показник адекватності.

Таким чином, на підставі аналізу результатів розрахунків показників та порівняння значень адекватності, що розраховуються з використанням значень відносних середньо квадратичних похибок або середніх значень максимально можливих похибок обираємо для розрахунків адекватності тільки середні значення максимально можливих похибок, оскільки у такому випадку показники адекватності є більш чутливі до поведінки моделі у кожній точці.

Таблиця 3

Порівняння характеристик двох способів побудови моделей

модель	$(\sigma)_y$	$(\sigma)_{\frac{dy}{dx}}$	$(\sigma)_{\frac{d^2y}{dx^2}}$	$\left(\frac{\delta}{F}\right)_y$	$\left(\frac{\delta}{F}\right)_{\frac{dy}{dx}}$	$\left(\frac{\delta}{F}\right)_{\frac{d^2y}{dx^2}}$	P	E_0	E_1	E_2	E
1	0.058541	0.224897	0.668928	415.2745	0.521908	0.6959791	0.6363	3.690E-06	2.3362	1.3137	10.949
2	0.06811	0.236769	0.666358	0.152496	0.490215	0.43667	0.8181	35.182892	3.4046	4.2908	128.63

6. Висновки

1. Кількісне визначення нижньої границі ефективності процесу формування математичної моделі може слугувати мірою для порівняння їх адекватності.

2. Використання відносних змінних з єдиною мірою, що є найбільшим значенням величини змінної на інтервалі робить оцінку адекватності не чутливою до точкових стрибків а у деяких випадках призводить до хибних висновків при порівнянні моделей.

3. Використання відносних змінних з локальною мірою у кожній точці збільшує чутливість оцінки до будь яких точкових відхилень моделі та відповідає якісним її змінам при зменшенні відносних відхилень, як за показником адекватності похідної, так і результуючого показника при апроксимації не тільки фізичної величини, а й її похідних.

Література

1. Коган, Б. Я. Общие вопросы моделирования и моделирование с помощью вычислительных машин, Теория и методы математического моделирования [Текст] / Б. Я. Коган, И. М. Тетельбаум. – Издательство "Наука", Москва, 1978. – 13 с.

2. Климов, У. Н. Формирование математических моделей как сложный много уровневый процес, Теория и методы математического моделирования [Текст] / У. Н. Климов. – Издательство "Наука", Москва, 1978. – С. 14–16.

3. Кондратенко, Ю. П. Применение методов осредняющих операторов к исследованию нестационарных объєктов Теория и методы математического моделирования [Текст] / Ю. П. Кондратенко, А. Н. Трунов. – Издательство “Наука”, Москва, 1978. – С. 123–124.
4. Trounov, A. N. Mathematical aspects of image recognition [Text] / A. N. Trounov // Proc. Of International tecnology 90, Szezecin, Poland, 1990. – P. 479–493.
5. Попов, Б. А. Приближение функций для технических приложений [Текст] / Б. А. Попов, Г. С. Теслер. – К.: Наук. думка, 1980. – 352 с.
6. Попов, Б. А., Малачивский П. С. Наилучшие чебышевские приближения суммой многочлена и нелинейных функций [Текст] / Б. А. Попов, П. С. Малачивский. – Препр./АН УССР Физико-мех. ин-т им. Г. В. Карпенко. – 1984. – № 85. – С. 70 с.
7. Воробель, Р. А. Равномерное приближение экспоненциальными и степенными выражениями с условием [Текст] / Р. А. Воробель, Б. А. Попов // Алгоритмы и программы для вычисления функций на ЭЦВМ. – 1981. – Вып. 5, Ч. 1. – С. 158–170.
8. Попов, Б. А. Равномерное приближение сплайнами [Текст] / Б. А. Попов. – К.: Наук. думка, 1989. – 272 с.
9. Бейкер, Дж. Аппроксимации Паде [Текст] / Дж. Бейкер, П. Грейвс-Моррис; пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
10. Trunov, O. M. Rozvitok metodiv ocinki efektivnosti sistem upravlinnja robotizovanimi kompleksami u glibokovodnih tehnologijah [Text] / O. M. Trunov // Vestnik HNTU. –2013. – Vol. 1, Issue 46. – P. 328–337.
11. Трунов, О. М. Рекурентна апроксимація у задачах моделювання та проектування [Текст]: монографія/ О. М. Трунов. – Миколаїв, 2012. – 270 с.
12. Гроп, Д. Методы идентификации систем [Текст] / Д. Гроп. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
13. Козеев, А. А. Методы аппроксимации выходных координат нелинейных систем управления [Текст] / А. А. Козеев // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1979. – № 3. – С. 194–199.
14. Батунер, Л. М. Математические методы в химической технике [Текст] / Л. М. Батунер, М. Е. Позин. – Изд. Химия, Ленинградское отделение, 1968. – 823 с.
15. Хемминг, Р. В. Численые методы [Текст] / Р. В. Хемминг. – Изд. “Наука” Москва, 1972. – 400 с.
16. Корнейчук, Н. П. Аппроксимация с ограничениями [Текст] / Н. П. Корнейчук, А. А. Лигун, В. В. Доронин. – Киев: Наукова думка, 1982. – 252 с.
17. Трунов, О. М. Адекватність моделі як задача багатокритеріальної ідентифікації [Текст] / О. М. Трунов // Научно-технический журнал. Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – № 7 (43). – С. 178–182.
18. Kobayashi, Y. On the use exponential function in approximation of elliptic integrals [Text] / Y. Kobayashi, M. Ohkita, M. Inoue // Mathematics and Computers in Simulation. – 1979. – Vol. 21, Issue 2. – P. 226–230. doi: 10.1016/0378-4754(79)90138-1
19. Trunov, A. N. The formation of unified method of technological process effectiveness evolution [Text] / A. N. Trunov // Problemy informacijnyh tehnologij. – 2014. – Vol. 1, Issue 14. – P. 104–108.
20. Дзядик, В. К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений [Текст] / В. К. Дзядик. – Киев: Наукова думка, 1988. – 304 с.
21. Литвин, О. М. Класична формула Тейлора, узагальнення та застосування [Текст] / О. М. Литвин, В. Л. Рвачов. – Київ: Наук. думка, 1973. – 122 с.
22. Трауб, Дж. Итерационные методы решения уравнений [Текст] / Дж. Трауб; пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 264 с.
23. Теслер, Г. С. Построение базы знаний на основе порождающих алгоритмов [Текст] / Г. С. Теслер. – Разработка и внедрение цифровых вычислительных комплексов и систем распределенной обработки данных. Сб. научн. трудов. – Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1986. – С. 21–27.